Trimestre Enero-Marzo 2008
Departamento de Cómputo Científico y Estadística
Estadística para Ingenieros — CO3321
Guía de ejercicios Distribuciones muestrales
y Teorema Central del Límite

Práctica N° 2

1. La cantidad de líquido que vierte una máquina embotelladora adopta una distribución normal con $\sigma = 1$ onza. Se eligen $n = 9$ botellas aleatoriamente de la producción de la máquina, y se encuentra que la probabilidad de que la media muestral se encuentre dentro de 0.3 onzas de la media real, es de 0.6318. Suponga que $\overline{Y}$ se va a calcular utilizando una muestra de tamaño n.

a) Si $n = 16$. ¿cuál es el valor de $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$?

b) Calcule $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$ si el valor de $\overline{Y}$ se va a determinar utilizando muestras de tamaños $n = 25$, $n = 36$, $n = 49$, y $n = 64$.

c) ¿Qué patrón detecta usted en los valores de $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$ para los diferentes valores de n?

2. Suponga ahora que la cantidad de líquido que despacha la máquina embotelladora posee una distribución normal con $\sigma = 2$ onzas.

a) Si se eligen aleatoriamente $n = 9$ botellas de la producción de la máquina, ¿cuál es el valor de $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$? Compare este resultado con el obtenido en el ejercicio 1.

b) Encuentre $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$ si el valor de $\overline{Y}$ se va a calcular utilizando muestras de tamaño $n = 25$, $n = 36$, $n = 49$, y $n = 64$.

c) ¿Qué patrón descubre usted en los valores de $P\left(\left|\overline{Y} - \mu\right| \leq 0.3\right)$ para los diferentes valores de n?

d) ¿Qué tan parecidas son las probabilidades obtenidas en este problema (donde $\sigma = 2$) a las del ejercicio anterior (donde $\sigma = 1$)?

3. La Agencia para la Protección del Ambiente de Estados Unidos desea establecer normas que regulen la cantidad de químicos tóxicos arrojados en ríos y lagos de agua dulce. Una medida común de la toxicidad de cualquier contaminante es la concentración de éste que mataría a la mitad de los especímenes de prueba en determinado tiempo (por lo general, 96 horas en el caso de los peces). Esta medida recibe el nombre de CL50 (concentración letal que mata 50% de los especímenes de prueba).

En muchos estudios los valores del logaritmo natural de las mediciones de CL50 adoptan una distribución normal, por lo que el análisis se basa en los datos del ln(CL50).

Los estudios de los efectos del cobre en cierta especie de peces (la especie A, por ejemplo) demuestran que la varianza de las mediciones del ln(CL50) está alrededor de 0.4, con las mediciones de la concentración expresadas en miligramos por litro. Si se van a realizar $n = 10$ estudios de CL50 para el caso del cobre, encuentre la probabilidad de que la media muestral de ln(CL50) difiera de la media real de la población en no más de 0.5.

4. La resistencia a la ruptura del vidrio templado tiene un promedio de 14 (medida en miles de libras por pulgada cuadrada) y una desviación estándar de 2.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia a la ruptura promedio de 100 piezas de este vidrio elegidas aleatoriamente sea mayor de 14.5?
b) Obtenga un intervalo que incluya la resistencia promedio a la ruptura de 100 piezas de este vidrio elegidas aleatoriamente, con una probabilidad de 0.95.

5. Los tiempos que invierte un cajero en registrar la mercancía de los clientes constituyen variables aleatorias independientes con una media de 2.5 minutos y una desviación estándar de 2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que el registro de la mercancía de 100 personas consuma más de 4 horas?

6. Usando el ejercicio 5. Determine el número de clientes n para el que la probabilidad de registrar la mercancía de n clientes en menos de 2 horas es de aproximadamente 0.1.

7. A través de una encuesta se quiere estimar la fracción p de adultos de la población que se interesaría en un nuevo producto. Se interroga a n personas de la población, y se estima p como $\widehat{p} = X/n$ siendo X el número de personas encuestadas que manifiestan interés en el producto. Utilizando el TCL y suponiendo que el verdadero valor de p es 0.35, encuentre, aproximadamente, el menor valor de n para el cual $\widehat{p}$ y p difieren en menos de 0.02, con probabilidad mayor que 0.9. ¿Cómo resolvería el problema en el caso (realista) en que p es desconocido?